

考虑吸力效应的非饱和黏土回弹模量预估模型

钱劲松, 李嘉洋, 周 定, 凌建明

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘 要: 回弹模量是反映路基弹性支撑能力的重要指标, 并受运营期间基质吸力变化的显著影响。通过 3 种压实黏土试样的土-水特征曲线试验和重复动三轴试验, 研究了回弹模量与基质吸力的相关性, 并基于非饱和土有效应力原理, 提出了考虑吸力效应的回弹模量预估模型。结果表明: 基质吸力与回弹模量之间具有较强的非线性相关性, 可采用指数形式进行两者的拟合; 含水率由最佳含水率-4%提升至最佳含水率+4%时, 受基质吸力减小的影响, 回弹模量降幅达到 29.1%~39.0%; 在土-水特征曲线过渡区, 采用以饱和度表征的有效应力参数, 可较好地反映基质吸力对于回弹模量的贡献, 预估效果优于采用残余含水率或进气值相关的有效应力参数; 在相同饱和度的情况下, 黏粒含量越多、塑性指数越高, 基质吸力对有效应力的贡献比例越小。

关 键 词: 黏土; 回弹模量; 基质吸力; 有效应力原理; 饱和度

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 01-0123-06

Prediction model of resilient modulus for unsaturated clay soils considering the effect of matric suction

QIAN Jin-song, LI Jia-yang, ZHOU Ding, LING Jian-ming

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The resilient modulus (M_R) used for characterization of subgrade elastic support performance is an important parameter significantly affected by matric suction after traffic opening. To investigate the correlation between resilient modulus and matric suction, soil-water characteristic curve (SWCC) and repeated load triaxial (RLT) tests for three kinds of compacted clay soils were conducted, and then the prediction model of resilient modulus considering the effect of matric suction was proposed based on effective stress theory of unsaturated soils. Test results show that the resilient modulus has a good non-linear relationship with matric suction, which can be presented by an exponential function. When the gravimetric moisture content increases from 4% below optimum water content (OMC) to 4% above OMC, M_R decreases by 29.1%~39.0% resulting from reduction of matric suction. Within the transition zone at SWCC, the prediction model with effective stress factor related to the degree of saturation can explain the contribution of matric suction to resilient modulus, and the model has higher predicting accuracy compared with the models with effective stress factor dependent on residual water content or air-entry value. With the same degree of saturation, the contribution of matric suction to effective stress is less significant with higher clay particle content and plastic index.

Keywords: clay soil; resilient modulus; matric suction; principle of effective stress; degree of saturation

1 引 言

回弹模量反映了路基在往复荷载作用下的弹性支撑能力^[1], 是路基设计的重要指标。对于特定的土组类型而言, 非饱和土的回弹模量主要受湿度状况和应力水平的影响^[2], 而湿度的变化可归结为基质吸力的影响^[3]。因此, 目前研究的重点为如何在回弹模量预估模型中纳入基质吸力的影响。

基于基质吸力的动态回弹模量模型可归纳为两类: ①将基质吸力作为独立的应力状态变量纳入回弹模量预估模型^[4-5]; ②从有效应力原理的角度解析基质吸力对回弹模量的影响^[6-7]。两类模型均合理地解释了基质吸力对回弹模量的影响, 并取得了较好的预估效果。在第 2 类模型中, 有效应力参数的取值存在较大争议^[8], 应用较多的是与进气值 (Liang 等^[6]) 和残余含水率 (Abu-Farsakh 等^[7]) 相关的参

收稿日期: 2016-01-29

基金项目: 交通运输部建设科技项目 (No. 2013319223010, No. 2015318822170)。

This work was supported by the Science and Technology Program of Ministry of Transport of China (2013319223010, 2015318822170).

第一作者简介: 钱劲松, 男, 1980 年生, 博士, 副教授, 主要从事道路与机场工程方面的研究工作。E-mail: qianjs@tongji.edu.cn

数,其获取的难度较大,精确度相对较低。

因此,本文通过室内重复加载动三轴试验,基于回弹模量与基质吸力的相关性,试图从非饱和土有效应力原理的角度,探讨以饱和度表征有效应力参数的可行性,提出考虑基质吸力的动态回弹模量预估模型,并分析比较不同有效应力参数取值方法的预估效果。

2 材料参数

选取来自上海崇明、江苏南通、山东德州 3 个地区的黏土土样,按照《公路土工试验规程》(JTG E40-2007) [9] 规定,测得其基本参数见表 1。在最佳含水率下采用静压法成型,尺寸为 $\phi 5\text{ mm} \times 10\text{ cm}$,压实度控制为 96%,采用 WF 公司生产的非饱和土自动三轴试验系统测得其土-水特征曲线,用 Fredlund 提出的土-水特征三参数模型 [10] 对试验结果进行非线性回归(见图 1):

$$\theta_w = \frac{\theta_s}{\left\{ \ln \left[e + \left(\frac{\psi}{a} \right)^b \right] \right\}^c} \quad (1)$$

式中: θ_w 为体积含水率(%); θ_s 为饱和体积含水率(%); ψ 为基质吸力(kPa); a 为与进气值有关的参数; b 为在基质吸力大于进气值之后与土体脱水速率有关的参数; c 为与残余含水率有关的参数。

表 1 土样基本物性参数

Table 1 Physical parameters of soils

土样来源	细粒土含量/%	黏粒含量/%	塑限/%	液限/%	塑性指数	最优含水率/%	最大干密度/(g/cm ³)	分类
上海崇明	57.1	14.8	19.9	41.8	21.9	15.4	1.82	CL(低液限黏土)
江苏南通	60.2	18.6	27.2	55.7	28.5	17.5	1.76	CH(高液限黏土)
山东德州	50.7	11.2	17.3	29.6	12.3	13.1	1.92	CL(低液限黏土)

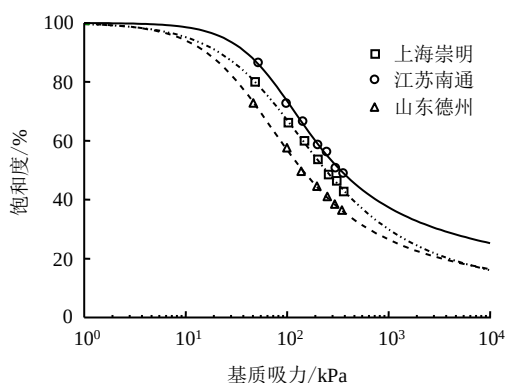


图 1 土-水特征曲线

Fig.1 Soil-water characteristic curves

根据拟合曲线,得到了 3 种土样饱和体积含水率 θ_s , 并采用图解法得到了进气值 ψ_a [11] 和残余(体积)含水率 θ_r [7] 等参数,见表 2。

表 2 土-水特征曲线参数

Table 2 Parameters obtained from soil-water characteristic curves

土样来源	模型参数			R^2	ψ_a /kPa	θ_s /%	θ_r /%
	a	b	c				
上海崇明	67.79	1.07	1.09	0.99	23	45.6	12.0
江苏南通	60.46	1.56	0.66	0.97	32	48.2	17.4
山东德州	36.07	1.28	0.92	0.97	15	41.6	10.6

3 动态回弹模量试验

3.1 试验方案

试验采用 WF 公司生产的 CTX(cyclic triaxial system)动三轴系统。围压为气压加载,加载序列采用美国 AASHTO 路基土与集料回弹模量试验规程(T307-99) [12], 加载波形采用半正弦波,频率为 1 Hz, 其中加载时间为 0.1 s。

考虑到现有试验设备对基质吸力的控制和量测存在一些困难,且在非饱和土动回弹模量试验中,基质吸力的控制一般需要经历较长的湿度平衡时间 [13], 本文基于含水率控制基质吸力来研究基质吸力和动态回弹模量之间的关系。3 种试样均在最佳含水率 w_{ocp} 、96% 压实度条件下静压成型,尺寸为 $\phi 5\text{ mm} \times 10\text{ cm}$, 并采用浸水和烘箱烘干的办法分别控制含水率为 $w_{ocp} + 4\%$ 、 $w_{ocp} + 2\%$ 、 w_{ocp} 、 $w_{ocp} - 2\%$ 、 $w_{ocp} - 4\%$, 各含水率状态均制备 3 组平行试件,采用其平均值作为动态回弹模量的结果,要求每个平行试件回弹模量与平均值之间的误差不超过 5%。

3.2 试验结果

回弹模量与围压、偏应力关系的研究已有很多 [2, 4, 14], 均表明了回弹模量随着围压的增加和偏应力的减小而增大, 本文对此不再进行分析。

选取体应力 $\theta = 154.6\text{ kPa}$, 八面体剪应力 $\tau_{oct} = 13\text{ kPa}$ 和 $\theta = 83.0\text{ kPa}$ 、 $\tau_{oct} = 19.3\text{ kPa}$ 两种应力状态, 基质吸力与回弹模量相关性见图 2。其中, $\theta = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, $\tau_{oct} = \{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/3\}^{1/2}$ 。可以看出, 随着基质吸力的降低, 回弹模量相应降低。试验中基质吸力从最大降至最小的过程中, 回弹模量的降幅分别为: 上海崇明为 31.1% 和 32.5%; 江苏南通为 38.7% 和 39.0%; 山东德州为 33.1% 和 29.1%。

回弹模量随基质吸力降低而减小的现象可从表观黏聚力和真黏聚力两方面予以解释。一方面, 气-

水界面收缩膜上表面张力（基质吸力）的反作用力作用在土粒上，在土骨架内部产生了附加的摩擦力（假黏聚力）^[15]，基质吸力减小导致假黏聚力降低、回弹模量减小。另一方面，黏性土颗粒中存在不同于假黏聚力的真黏聚力，起着主要的抵抗剪切和变形作用；由于黏性矿物具有较强的吸水性和独特的双电层结构^[16]，水分的进入造成黏粒成分的吸附水膜增厚以及土中胶结物质结构的破坏，导致黏土颗粒之间的胶结减弱，真黏聚力降低，回弹模量也相应降低^[17]。

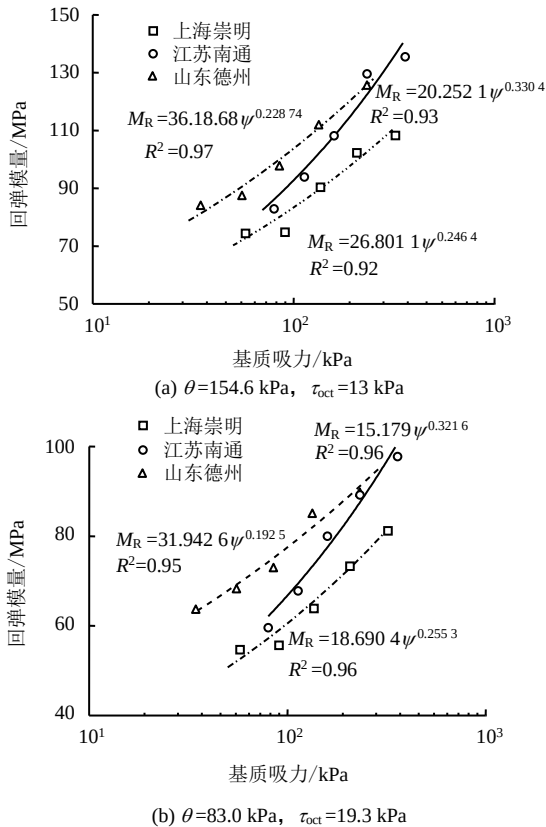


图 2 基质吸力与回弹模量的关系

Fig.2 Curves of matrix suction vs. resilient modulus

对 3 种土样试验结果进行指数函数拟合回归， R^2 值在 0.92~0.97 之间，拟合精度较高，表明基质吸力与回弹模量之间具有较强的非线性相关性，这与 Gupta^[18]、邱欣^[14]等的研究结果一致。

4 模型的提出与验证

4.1 既有模型

从有效应力原理的角度来看，只有一部分的基质吸力可以贡献为有效应力，提供土体相应的抗剪强度和抵抗变形能力。在众多的非饱和土有效应力表达式中，公认的是 Bishop 公式^[19]为

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (2)$$

式中： σ' 为有效应力； u_a 为孔隙气压力； u_w 为孔隙水压力； $\sigma - u_a$ 为有效总应力； $u_a - u_w$ 为基质吸力； χ 为有效应力参数，表示基质吸力对有效应力的贡献部分。Khalili 等^[20]提出的计算公式为

$$\chi = \left(\frac{\psi_a}{u_a - u_w} \right)^{0.55} \quad (3)$$

在此基础上，Liang^[6]、陈声凯^[21]等采用该有效应力参数计算方法提出了动态弹回弹模量的预估模型：

$$M_R = k_1 p_a \left(\frac{\theta + \chi \psi}{p_a} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{p_a} + 1 \right)^{k_3} \quad (4)$$

式中： M_R 为回弹模量； p_a 为标准大气压（通常取 100 kPa）； k_1 、 k_2 、 k_3 均为回归参数。

Fredlund 等^[3]针对非饱和土的抗剪强度提出了相互独立的双应力变量公式：

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (5)$$

式中： τ_f 为抗剪强度； c' 为有效黏聚力； ϕ' 为有效内摩擦角； ϕ^b 为与基质吸力变化有关的内摩擦角。

其对应的有效应力参数实际上也可视为 $\chi = \tan \phi^b / \tan \phi'$ ，表示抗剪强度随基质吸力增加而增加的速率。

Vanapalli 等^[22]在对非饱和土进行微观分析的基础上，通过土-水特征曲线将 ϕ^b 与土体含水率的关系联系起来，提出的有效应力参数计算公式为

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (6)$$

式中： Θ 为标准含水率（%）。

Abu-Farsakh 等^[7]基于该有效应力参数计算方法，提出了回弹模量 M_R 的预估模型：

$$M_R = k_1 p_a \left(\frac{\theta + \Theta^m \psi}{p_a} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{p_a} + 1 \right)^{k_3} \quad (7)$$

式中： $m=1/b$ ， b 为土-水特征曲线参数（见式(1)）。

该模型考虑了在非饱和残余区，基质吸力的增加引起的含水率变化非常小，有效应力和回弹模量不会明显增加。

4.2 模型的提出

White 等^[23]以空气进气值和残余含水率为分界点，把土-水特征曲线分为边界效应区、过渡区和非饱和残余区。在边界效应区，饱和度较高，封闭气泡的存在使得其性质更接近于饱和土^[24]；在非饱和残余区，水封闭的状态使得基质吸力对土体回弹模量、抗剪强度的影响较小^[7]。本文试验中基质吸力的范围均位于过渡区，且铺面结构下方的黏土

路基大多处于过渡区, 因此针对处于过渡区的非饱和土提出动态回弹模量的预估模型。

陈正汉^[25]提出有效应力参数主要与饱和度和孔隙率有关; 路德春等^[26]基于非饱和土中孔隙气和孔隙水的连通的状态, 将 Bishop 有效应力系数解释为有效饱和度; 刘东燕等^[27]指出, 对于不同类型的土, 相同的饱和度对有效应力的贡献是不同的, 主要取决于土体的赋水能力, 与黏土的结构以及黏粒含量有关; 张昭等^[28]提出采用气-液交界面的面积密度表示有效应力参数; 周凤玺等^[29]提出气-液交界面形状与基质吸力的关系和土体湿度、密度等相关。

可见, 有效应力参数取决于孔隙率、饱和度以及土体赋水能力。考虑到试验中施加荷载的应力水平较小、试样压实度均为 96%, 因此在构建模型时忽略孔隙率的影响; 借鉴 Fredlund^[30]和 Vanapalli^[22]等的思路, 直接以饱和度 S_r 作为衡量基质吸力贡献比例的参数, 同时采用参数 k 进行饱和度的修正, 提出动态回弹模量预估方程:

$$M_R = k_1 p_a \left(\frac{\theta + S_r k \psi}{p_a} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{p_a} + 1 \right)^{k_3} \quad (8)$$

参数 k 可反映土体自身的特性, 如土体的赋水能力, 也可间接避免忽视孔隙率影响带来的误差。

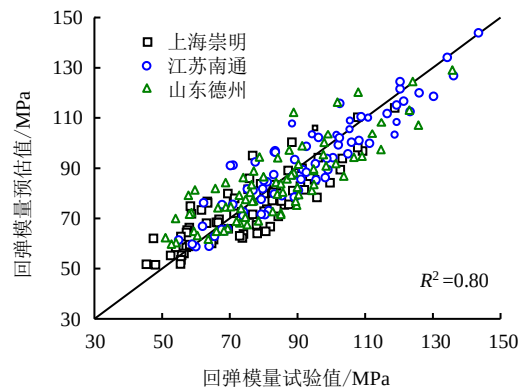
4.3 模型的对比分析

分别采用本文提出的模型以及式 (4)、(7) 两个模型对试验得到的数据进行非线性回归分析, 结果见表 3、图 3。

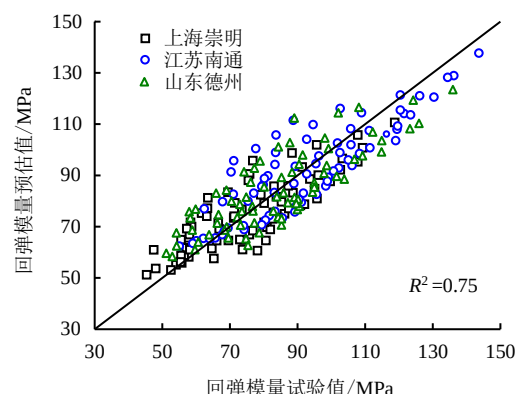
可见, 本文模型式 (8) 的拟合精度 R^2 明显高于与进气值相关的模型式 (4) 和式 (7)。说明直接采用饱和度作为模型变量, 可以较好地反映过渡区非饱和土基质吸力的贡献特征; 而采用与残余含水率或进气值相关的模型变量时, 需要通过土-水特征曲线进行拟合确定, 一定程度上会影响其模型预估的精度。

表 3 预估模型回归分析结果

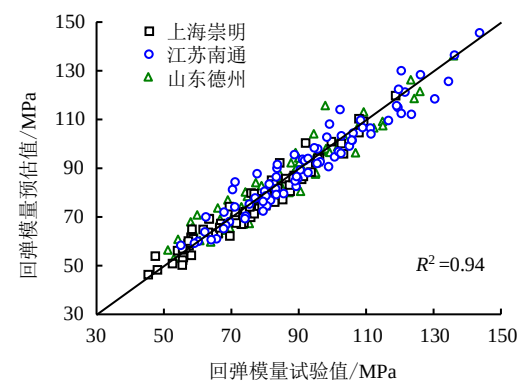
模型	土样	k_1	k_2	k_3	k	R^2	RMSE (均方根误差)
式 (4)	上海崇明	0.765	0.686	-2.302	/	0.69	9.21
	江苏南通	0.709	0.915	-1.989	/	0.76	10.11
	山东德州	1.019	0.542	-2.541	/	0.68	10.46
式 (7)	上海崇明	0.277	0.741	-0.297	0.935	0.72	8.71
	江苏南通	0.272	0.994	-0.255	0.641	0.84	8.17
	山东德州	0.343	0.596	-0.325	0.781	0.71	10.08
式 (8)	上海崇明	0.603	0.653	-1.978	0.515	0.95	3.82
	江苏南通	0.589	0.846	-1.675	0.854	0.93	5.41
	山东德州	0.835	0.544	-2.302	0.262	0.92	5.29



(a) 式 (4), Liang



(b) 式 (7), Abu-Farsakh



(c) 式 (8), 本文模型

图 3 回弹模量试验值与预估值比较

Fig.3 Comparison of measured M_R and predicted M_R

由表 3 可以看出, 式 (8) 3 种土样的 k 值均为正值, 意味着以 S_r^k 表征的有效应力参数随着饱和度的减小 (吸力的增大) 而减小, 与既有诸多研究成果和发现相吻合^[3, 19]。这可以理解为, 随着饱和度的降低, 气-液交界面的数量逐渐减小 (见图 4), 虽然基质吸力有所增大, 但对土体骨架有效应力的贡献比例却相应减少。

此外, 结合表 1 也可以看出, 本文模型中, k 值随着黏粒含量和塑性指数的增加而增大。由于 S_r 小于 1, 故表现为在相同饱和度的情况下, 黏粒含量越多、塑性指数越大, 基质吸力对有效应力的贡献比例越小。笔者认为, 这是由于黏土颗粒比表面

积较大, 在土-水特征曲线过渡区(双开敞系统), 相同饱和度时, 黏粒含量愈高, 颗粒自身吸附水含量愈多^[31], 可形成的气-液交界面愈少, 见图4。

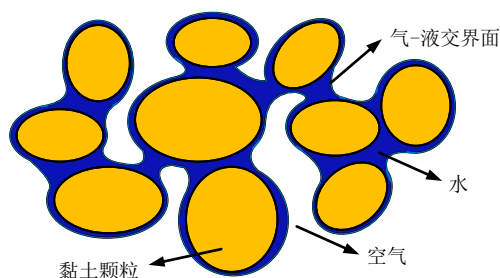


图4 土体微观结构示意图

Fig.4 Microcosmic structure of soil samples

4.4 模型验证

引用 Liang^[7]试验中 P-4 和 P-6 两种土样在不同基质吸力条件下的回弹模量数据, 分别采用本文提出的模型和原文中的模型进行非线性回归分析。结果见图5, R^2 分别为 0.98 和 0.93, 试验值和本文模型预估值相关性显著。

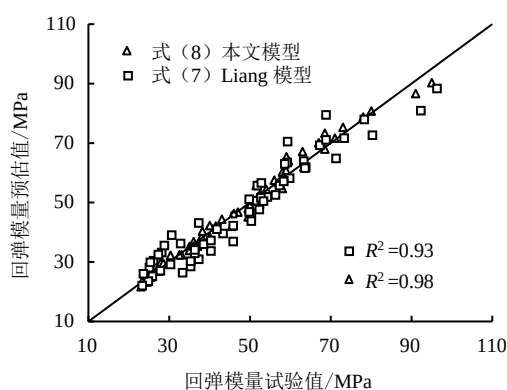


图5 两模型预估精度比较

Fig.5 Comparison of prediction accuracy of two models

5 结 论

(1) 基质吸力与动态回弹模量使用 $M_R = \alpha \psi^\beta$ 所示的指数形式方程具有较好的拟合效果, 说明基质吸力与动态回弹模量之间具有较强的非线性相关性。

(2) 基于有效应力原理, 采用与饱和度相关的有效应力参数, 提出了处于过渡区的非饱和黏土动态回弹模量模型。与采用残余含水率、进气值相关的有效应力参数相比, 该模型预估效果更好。

(3) 对黏土而言, 模型参数 k 值随着黏粒含量的增加而增大, 即在相同饱和度情况下, 黏粒含量越多, 基质吸力对有效应力的贡献比例越小。 k 值

与黏粒含量和塑性指数之间的相关性有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] SEED H B, CHAN C K, LEE C E. Resilience characteristics of subgrade soils and their relation to fatigue failures in asphalt pavements[C]//International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements. Ann Arbor: University of Michigan, 1962.
- [2] 凌建明, 陈声凯, 曹长伟. 路基土回弹模量影响因素分析[J]. 建筑材料学报, 2007, 10(4): 446—451.
LING Jian-ming, CHEN Sheng-kai, CAO Chang-wei. Analysis of influence factors on resilient modulus of subgrade soils[J]. *Journal of Building Materials*, 2007, 10(4): 446—451.
- [3] 弗雷德隆德 D G, 拉哈尔佐 H. 非饱和土力学[M]. 陈仲颐, 张在明, 陈愈炯, 等译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. Translated by CHEN Zhong-yi, ZHANG Zai-ming, CHEN Yu-jiong, et al. Beijing: China Architecture & Building Press, 1997.
- [4] CARY C E, ZAPATA C E. Resilient modulus for unsaturated unbound materials[J]. *Road Materials and Pavement Design*, 2011, 12(3): 615—638.
- [5] 弋晓明, 李术才, 王松根, 等. 非饱和粉土回弹模量的应力依赖性与水敏感性耦合分析[J]. 山东大学学报(工学版), 2013, (2): 84—88.
YI Xiao-ming, LI Shu-cai, WANG Song-gen, et al. Coupling analysis of stress dependence and water sensitivity for the resilient modulus of unsaturated silt soils[J]. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2013, (2): 84—88.
- [6] LIANG R Y, RABAB'AH S, KHASAWNEH M. Predicting moisture-dependent resilient modulus of cohesive soils using soil suction concept[J]. *Journal of Transportation Engineering*, 2008, 134(1): 34—40.
- [7] ABU-FARSAKH M Y, MEHROTRA A, MOHAMMAD L, et al. Incorporating the effect of moisture variation on resilient modulus for unsaturated fine-grained subgrade soils[C]//Proceedings of the 94th Annual Meeting of the Transportation Research Board. Washington D. C.: [s. n.], 2015.
- [8] 陈茜, 骆亚生, 程大伟. 非饱和土有效应力及其参数的确定[J]. 工程力学, 2013, 30(60): 340—345.
CHEN Qian, LUO Ya-sheng, CHENG Da-wei. Effective stress and parameters of unsaturated soils[J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(60): 340—345.
- [9] 中华人民共和国交通部. JTG E40—2007, 公路土工试验规程[S]. 北京: 人民交通出版社, 2007.
Ministry of Transport of the People's Republic of China. JTG E40—2007 Test methods of soils for highway engineering[S]. Beijing: China Communications Press, 2007.

- [10] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, 31(4): 521—532.
- [11] BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic properties of porous media[M]. Fort Collins: Colorado State University, 1964.
- [12] American Association of State Highway and Transportation Officials. T307-99 Standard method of test for resilient modulus of subgrade soils and untreated base/subbase materials[S]. Washington D.C.: [s. n.], 1999.
- [13] CARY C E. Resilient modulus testing for unsaturated unbound materials[D]. Tempe: Arizona State University, 2008.
- [14] 邱欣, 钱劲松, 张世洲. 基于基质吸力的黏性路基土动回弹模量预估模型研究[J]. 水文地质工程地质, 2011, 38(3): 49—53.
QIU Xin, QIAN Jin-song, ZHANG Shi-zhou. Research on prediction model of dynamic resilient modulus of subgrade soil based on matric suction[J]. **Hydrogeology & Engineering Geology**, 2011, 38(3): 49—53.
- [15] 林鸿州, 李广信, 于玉贞. 基质吸力对非饱和土抗剪强度的影响[J]. 岩土力学, 2007, 28(9): 1931—1938.
LIN Hong-zhou, LI Guang-xin, YU Yu-zhen. Influence of matric suction on shear strength behavior of unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(9): 1931—1938.
- [16] 韩华强, 陈生水, 郑澄锋. 非饱和膨胀土强度及变形特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(12): 1872—1876.
HAN Hua-qiang, CHEN Sheng-shui, ZHENG Cheng-feng. Experimental study on strength and deformation of unsaturated expansive soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(12): 1872—1876.
- [17] 郭利娜. 基于 GDS 的非饱和粉质黏土抗剪强度试验研究[D]. 武汉: 中国地质大学, 2013.
GUO Li-na. Experimental research on shear strength of unsaturated silty clay based GDS[D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2013.
- [18] GUPTA S C, RANAIVOSON A, EDIL T B, et al. Pavement design using unsaturated soil technology (No. MN/RC-2007-11)[R]. St. Paul: Minnesota Department of Transportation, 2007.
- [19] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. **Teknisk Ukeblad**, 1960, 106(39): 859—863.
- [20] KHALILI N, KHABBAZ M H. A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils[J]. **Geotechnique**, 1998, 48(5): 681—687.
- [21] 陈声凯, 凌建明, 罗志刚. 路基土回弹模量应力依赖性分析及预估模型[J]. 土木工程学报, 2007, 40(6): 95—99.
CHEN Sheng-kai, LING Jian-ming, LUO Zhi-gang. Stress-dependent characteristics and prediction model of the resilient modulus of subgrade soils[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2007, 40(6): 95—99.
- [22] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E, et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(3): 379—392.
- [23] WHITE N F, DUKE H R, SUNADA D K, et al. Physics of desaturation in porous materials[J]. **Journal of Irrigation and Drainage Division, ASCE**, 1970, 96: 165—191.
- [24] 俞培基, 陈愈炯. 非饱和土的水-气形态及其力学性质的关系[J]. 水利学报, 1965, (1): 1—9.
YU Pei-ji, CHEN Yu-jiong. Water-air morphology and its relationship with mechanical properties of unsaturated soils[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1965, (1): 1—9.
- [25] 陈正汉. 非饱和土与特殊土力学的基本理论研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(2): 201—272.
CHEN Zheng-han. On basic theories of unsaturated soils and special soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(2): 201—272.
- [26] 路德春, 杜修力, 许成顺. 有效应力原理解析[J]. 岩土力学, 2013, 35(增刊 1): 146—151.
LU De-chun, DU Xiu-li, XU Shun-cheng. Analytical solutions to principle of effective stress[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(Supp. 1): 146—151.
- [27] 刘东燕, 郑志明, 侯龙. 路基非饱和土抗剪强度的吸力效应[J]. 土木建筑与环境工程, 2012, 34(4): 1—7.
LIU Dong-yan, ZHENG Zhi-ming, HOU Long. Matric suction effect on shear strength of roadbed unsaturated soil[J]. **Journal of Civil Architectural & Environmental Engineering**, 2012, 34(4): 1—7.
- [28] 张昭, 刘奉银, 张国平. 考虑气-液交界面的非饱和土有效应力公式[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 1): 147—153.
ZHANG Zhao, LIU Feng-yin, ZHANG Guo-ping. An effective stress formulation for unsaturated soils considering air-liquid interfaces[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Supp. 1): 147—153.
- [29] 周凤玺, 曹小林, 马强. 颗粒间的毛细作用以及吸应力特征曲线分析[J]. 岩土力学, 2017, 38(7): 2036—2042.
ZHOU Feng-xi, CAO Xiao-lin, MA Qiang. Analysis of capillary cohesion and suction stress characteristic curve between two spheres[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(7): 2036—2042.
- [30] FREDLUND D G, XING A, FREDLUND M D, et al. The relationship of the unsaturated soil shear to the soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(3): 440—448.
- [31] 张龙, 孙德安, 刘月妙. 两种高庙子钠基膨润土膨胀特性比较研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(12): 3447—3454.
ZHANG Long, SUN De-an, LIU Yue-miao. Comparison between swelling properties of two Gaomiaozhi Na-bentonites[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(12): 3447—3454.